Exercise 2A

1 a $\mathrm{P}(X=3)=\dfrac{e^{-2.5}\times 2.5^3}{3!}$

$=0.213763\ldots=0.2138$ (4 d.p.)

b $\mathrm{P}(X>1)=1-\mathrm{P}(X\leqslant 1)=1-\mathrm{P}(X=0)-\mathrm{P}(X=1)$

$=1-\dfrac{e^{-2.5}\times 2.5^0}{0!}-\dfrac{e^{-2.5}\times 2.5^1}{1!}$

$=1-0.08208\ldots-0.20521\ldots=0.7127$ (4 d.p.)

c $\mathrm{P}(1<X\leqslant 3)=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$

$=\dfrac{e^{-2.5}\times 2.5^2}{2!}+\dfrac{e^{-2.5}\times 2.5^3}{3!}$

$=0.25651\ldots+0.21376\ldots=0.4703$ (4 d.p.)

2 a $\mathrm{P}(X=4)=\dfrac{e^{-3.1}\times 3.1^4}{4!}$

$=0.173347\ldots=0.1733$ (4 d.p.)

b $\mathrm{P}(X\geqslant 2)=1-\mathrm{P}(X<2)=1-\mathrm{P}(X=0)-\mathrm{P}(X=1)$

$=1-\dfrac{e^{-3.1}\times 3.1^0}{0!}-\dfrac{e^{-3.1}\times 3.1^1}{1!}$

$=1-0.045049\ldots-0.139652\ldots=0.8153$ (4 d.p.)

c $\mathrm{P}(1\leqslant X\leqslant 4)=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)$

$=e^{-3.1}\left(\dfrac{3.1^1}{1!}+\dfrac{3.1^2}{2!}+\dfrac{3.1^3}{3!}+\dfrac{3.1^4}{4!}\right)$

$=0.045049\ldots\times(3.1+4.805+4.96516\ldots+3.84800\ldots)=0.7531$ (4 d.p.)

3 a $\mathrm{P}(X=2)=\dfrac{e^{-4.2}\times 4.2^2}{2!}$

$=0.13226\ldots=0.1323$ (4 d.p.)

b $\mathrm{P}(X\leqslant 3)=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$

$=e^{-4.2}\left(\dfrac{4.2^0}{0!}+\dfrac{4.2^1}{1!}+\dfrac{4.2^2}{2!}+\dfrac{4.2^3}{3!}\right)$

$=0.0149955\ldots\times(1+4.2+8.82+12.384)=0.3954$ (4 d.p.)

c $\mathrm{P}(3\leqslant X\leqslant 5)=\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)+\mathrm{P}(X=5)$

$=e^{-4.2}\left(\dfrac{4.2^3}{3!}+\dfrac{4.2^4}{4!}+\dfrac{4.2^5}{5!}\right)$

$=0.0149955\ldots\times(12.384+12.9654+10.8909\ldots)=0.5429$ (4 d.p.)

4 a $\mathrm{P}(X=1)=\dfrac{\mathrm{e}^{-0.84}\times 0.84^{1}}{1!}$

$=0.362638\ldots=0.3626$ (4 d.p.)

b $\mathrm{P}(X\geqslant 1)=1-\mathrm{P}(X<1)=1-\mathrm{P}(X=0)$

$=1-\dfrac{\mathrm{e}^{-0.84}\times 0.84^{0}}{0!}$

$=1-0.431710\ldots=0.5683$ (4 d.p.)

c $\mathrm{P}(1<X\leqslant 3)=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$

$=\mathrm{e}^{-0.84}\left(\dfrac{0.84^{2}}{2!}+\dfrac{0.84^{3}}{3!}\right)$

$=0.43171\ldots\times(0.3528+0.098784)=0.1950$ (4 d.p.)

5 $\mathrm{P}(X=2)=\mathrm{e}^{-\lambda}\dfrac{\lambda^{2}}{2!}$ and $\mathrm{P}(X=3)=\mathrm{e}^{-\lambda}\dfrac{\lambda^{3}}{3!}$

If $\mathrm{P}(X=2)=\mathrm{P}(X=3)$ then $\dfrac{\lambda^{2}}{2!}=\dfrac{\lambda^{3}}{3!}$ so $\lambda=3$

6 $\mathrm{P}(X=4)=\mathrm{e}^{-\lambda}\dfrac{\lambda^{4}}{4!}$ and $\mathrm{P}(X=2)=\mathrm{e}^{-\lambda}\dfrac{\lambda^{2}}{2!}$

If $\mathrm{P}(X=4)=3\times\mathrm{P}(X=2)$ then $\dfrac{\lambda^{4}}{4!}=3\times\dfrac{\lambda^{2}}{2!}$ so $\lambda^2=36$ and therefore $\lambda=6$

Reject the negative root because the Poisson parameter must be positive.