INTEGRATION — *Answers*

1 **a** $= \frac{1}{8}(x-2)^8 + c$

b $= \frac{1}{2}\times\frac{1}{4}(2x+5)^4 + c$

$= \frac{1}{8}(2x+5)^4 + c$

c $= \frac{1}{3}\times\frac{6}{5}(1+3x)^5 + c$

$= \frac{2}{5}(1+3x)^5 + c$

d $= 4\times\frac{1}{6}(\frac{1}{4}x-2)^6 + c$

$= \frac{2}{3}(\frac{1}{4}x-2)^6 + c$

e $= -\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}(8-5x)^5 + c$

$= -\frac{1}{25}(8-5x)^5 + c$

f $= \int (x+7)^{-2}\ dx$

$= -(x+7)^{-1} + c$

g $= \int 8(4x-3)^{-5}\ dx$

$= \frac{1}{4}\times\frac{8}{-4}(4x-3)^{-4} + c$

$= \frac{-1}{2(4x-3)^4} + c$

h $= \int \frac{1}{2}(5-3x)^{-3}\ dx$

$= -\frac{1}{3}\times\frac{1}{-4}(5-3x)^{-2} + c$

$= \frac{1}{12(5-3x)^2} + c$

2 **a** $= \frac{2}{5}(3+t)^{\frac{5}{2}} + c$

b $= \int (4x-1)^{\frac{1}{2}}\ dx$

$= \frac{1}{4}\times\frac{2}{3}(4x-1)^{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{1}{6}(4x-1)^{\frac{3}{2}} + c$

c $= \frac{1}{2}\ln|2y+1| + c$

d $= \frac{1}{2}e^{2x-3} + c$

e $= 3\times\frac{1}{-7}\ln|2-7r| + c$

$= -\frac{3}{7}\ln|2-7r| + c$

f $= \int (5t-2)^{\frac{1}{3}}\ dt$

$= \frac{1}{5}\times\frac{3}{4}(5t-2)^{\frac{4}{3}} + c$

$= \frac{3}{20}(5t-2)^{\frac{4}{3}} + c$

g $= \int (6-y)^{-\frac{1}{2}}\ dy$

$= -2(6-y)^{\frac{1}{2}} + c$

h $= -\frac{5}{3}e^{7-3t} + c$

i $= 4\times\frac{1}{3}\ln|3u+1| + c$

$= \frac{4}{3}\ln|3u+1| + c$

3 **a** $f(x) = \int 8(2x-3)^3\ dx$

$= \frac{1}{2}\times 2(2x-3)^4 + c$

$= (2x-3)^4 + c$

$(2, 6) \Rightarrow 6 = 1 + c$

$\therefore\ c = 5$

$f(x) = (2x-3)^4 + 5$

b $f(x) = \int 6e^{2x+4}\ dx$

$= 3e^{2x+4} + c$

$(-2, 1) \Rightarrow 1 = 3 + c$

$\therefore\ c = -2$

$f(x) = 3e^{2x+4} - 2$

c $f(x) = \int 2 - \frac{8}{4x-1}\ dx$

$= 2x - 8\times\frac{1}{4}\ln|4x-1| + c$

$= 2x - 2\ln|4x-1| + c$

$(\frac{1}{2}, 4) \Rightarrow 4 = 1 + c$

$\therefore\ c = 3$

$f(x) = 2x - 2\ln|4x-1| + 3$

d $f(x) = \int 8x - 3(3x-2)^{-2}\ dx$

$= 4x^2 + \frac{1}{3}\times 3(3x-2)^{-1} + c$

$= 4x^2 + (3x-2)^{-1} + c$

$(-1, 3) \Rightarrow 3 = 4 - \frac{1}{5} + c$

$\therefore\ c = -\frac{4}{5}$

$f(x) = 4x^2 + \frac{1}{3x-2} - \frac{4}{5}$

4 **a** $= [\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}(3x+1)^3]_0^1$
$= \frac{1}{9}[(3x+1)^3]_0^1$
$= \frac{1}{9}(64-1)$
$= 7$

b $= [\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}(2x-1)^4]_1^2$
$= \frac{1}{8}[(2x-1)^4]_1^2$
$= \frac{1}{8}(81-1)$
$= 10$

c $= \int_2^4 (5-x)^{-2}\,dx$
$= [(5-x)^{-1}]_2^4$
$= 1 - \frac{1}{3}$
$= \frac{2}{3}$

d $= [\frac{1}{2}e^{2x+2}]_{-1}^1$
$= \frac{1}{2}(e^4-1)$

e $= \int_2^6 (3x-2)^{\frac{1}{2}}\,dx$
$= [\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}(3x-2)^{\frac{3}{2}}]_2^6$
$= \frac{2}{9}[(3x-2)^{\frac{3}{2}}]_2^6$
$= \frac{2}{9}(64-8)$
$= 12\frac{4}{9}$

f $= [4\times\frac{1}{6}\ln|6x-3|]_1^2$
$= \frac{2}{3}[\ln|6x-3|]_1^2$
$= \frac{2}{3}(\ln 9 - \ln 3)$
$= \frac{2}{3}\ln 3$

g $= \int_0^1 (7x+1)^{-\frac{1}{3}}\,dx$
$= [\frac{1}{7}\times\frac{3}{2}(7x+1)^{\frac{2}{3}}]_0^1$
$= \frac{3}{14}(4-1)$
$= \frac{9}{14}$

h $= [\frac{1}{5}\ln|5x+3|]_{-7}^{-1}$
$= \frac{1}{5}(\ln 2 - \ln 32)$
$= \frac{1}{5}(\ln 2 - 5\ln 2)$
$= -\frac{4}{5}\ln 2$

i $= \frac{1}{8}\int_4^7 (x-4)^3\,dx$
$= \frac{1}{8}[\frac{1}{4}(x-4)^4]_4^7$
$= \frac{1}{32}(81-0)$
$= 2\frac{17}{32}$

5 **a** $= \int_3^4 e^{3-x}\,dx$
$= [-e^{3-x}]_3^4$
$= -e^{-1} - (-1)$
$= 1 - \frac{1}{e}$

b $= \int_2^3 (3x-5)^3\,dx$
$= [\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}(3x-5)^4]_2^3$
$= \frac{1}{12}(256-1)$
$= 21\frac{1}{4}$

c $= \int_1^4 \frac{3}{4x+2}\,dx$
$= [3\times\frac{1}{4}\ln|4x+2|]_1^4$
$= \frac{3}{4}(\ln 18 - \ln 6)$
$= \frac{3}{4}\ln 3$

d $= \int_{-2}^0 (1-2x)^{-2}\,dx$
$= [-\frac{1}{2}\times -(1-2x)^{-1}]_{-2}^0$
$= \frac{1}{2}(1-\frac{1}{5})$
$= \frac{2}{5}$

6 $= \int_0^1 12(2x+1)^{-3}\,dx$
$= [\frac{1}{2}\times(-6)(2x+1)^{-2}]_0^1$
$= [\frac{-3}{(2x+1)^2}]_0^1$
$= -\frac{1}{3} - (-3)$
$= \frac{8}{3}$