| **DIFFERENTIATION** | *Answers* |

1　**a**　$\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}$

　　b　$y = x^2$

　　c　$2x$

　　d　$\dfrac{dx}{dy} = \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{y}} = \dfrac{1}{2x}$

　　　　$\dfrac{1}{(\frac{dx}{dy})} = \dfrac{1}{(\frac{1}{2x})} = 2x \quad \therefore \quad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{(\frac{dx}{dy})}$

2　**a**　$\dfrac{dy}{dx} = 2e^{2x-1}$ 　　　　　**b**　$\dfrac{dy}{dx} = 3x^2$ 　　　　　**c**　$\dfrac{dx}{dy} = \frac{1}{2}(\ln y)^{-\frac{1}{2}} \times \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{2y\sqrt{\ln y}}$

　　　　$x = \frac{1}{2}(\ln y + 1)$ 　　　　　$x = (y-2)^{\frac{1}{3}}$ 　　　　　$y = e^{x^2}$

　　　　$\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{1}{2y} = \dfrac{1}{2e^{2x-1}}$ 　　$\dfrac{dx}{dy} = \frac{1}{3}(y-2)^{-\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{3x^2}$ 　　$\dfrac{dy}{dx} = 2xe^{x^2} = 2y\sqrt{\ln y}$

　　　　$\dfrac{dy}{dx} \times \dfrac{dx}{dy} = 2e^{2x-1} \times \dfrac{1}{2e^{2x-1}} = 1$ 　　$\dfrac{dy}{dx} \times \dfrac{dx}{dy} = 3x^2 \times \dfrac{1}{3x^2} = 1$ 　　$\dfrac{dy}{dx} \times \dfrac{dx}{dy} = 2y\sqrt{\ln y} \times \dfrac{1}{2y\sqrt{\ln y}} = 1$

3　**a**　$\dfrac{dx}{dy} = 2y$ 　　　　　**b**　$\dfrac{dx}{dy} = 3(y-1)^2 \times 1$ 　　　**c**　$\dfrac{dx}{dy} = \sec^2 y$

　　　　$\therefore \quad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2y}$ 　　　　$\therefore \quad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{3(y-1)^2}$ 　　　$\therefore \quad \dfrac{dy}{dx} = \cos^2 y$

　　d　$\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{1}{3y+2} \times 3$ 　　　**e**　$\dfrac{dx}{dy} = 2\sin y \cos y = \sin 2y$ 　**f**　$\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{1 \times e^y - (y-2) \times e^y}{(e^y)^2} = \dfrac{3-y}{e^y}$

　　　　$\therefore \quad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3y+2}{3}$ 　　　$\therefore \quad \dfrac{dy}{dx} = \operatorname{cosec} 2y$ 　　$\therefore \quad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{e^y}{3-y}$

4　**a**　$\dfrac{dx}{dy} = 3y^2 - 8y$ 　　　　　　　　**5**　**a**　$e^y = ax + b$

　　b　$y = 3 \quad \therefore \quad x = -9$ 　　　　　　　　　$x = \dfrac{1}{a}(e^y - b)$

　　　　$\dfrac{dx}{dy} = 3$ 　　　　　　　　　　　　**b**　$\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{1}{a}e^y$

　　　　$\therefore \quad \text{grad} = \dfrac{dy}{dx} = \frac{1}{3}$ 　　　　　　　**c**　$\dfrac{d}{dx}[\ln(ax+b)] = \dfrac{dy}{dx} = 1 \div \dfrac{dx}{dy}$

　　　　$\therefore \quad y - 3 = \frac{1}{3}(x+9)$ 　　　　　　　　　　　$= \dfrac{a}{e^y} = \dfrac{a}{ax+b}$

　　　　$[\, y = \frac{1}{3}x + 6 \,]$

6　**a**　$\ln y = \ln 3^x = x \ln 3$

　　　　$\therefore \quad x = \dfrac{\ln y}{\ln 3}$

　　b　$\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{1}{\ln 3} \times \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{y \ln 3}$

　　c　$\dfrac{dy}{dx} = 1 \div \dfrac{dx}{dy} = y \ln 3$

　　　　$= 3^x \ln 3$

　　d　$\text{grad} = 9 \ln 3$

　　　　$\therefore \quad y - 9 = (9 \ln 3)(x - 2)$

　　　　$[\, y = 9x \ln 3 + 9 - 18 \ln 3 \,]$